



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 17.02.2018

CLASA A V-A

BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 1

a) Calculați:

i) $2017 \cdot 2018 + 2018 \cdot 2020 - 1009 \cdot 8072$.

ii) $0^{2018} + 13^2 + 43^2$.

b) Scrieți numărul 2018^{2019} ca sumă de două numere naturale care să fie pătrate perfecte.

Rezolvare si barem:

a) i)	$2018 \cdot 4037 - 2018 \cdot 4036$ 1p
	Finalizare: 2018 1p
ii)	Finalizare: 2018 2p
b)	$2018^{2019} = 2018 \cdot 2018^{2018} = (13^2 + 43^2) \cdot (2018^{1009})^2$ 2p
	$2018^{2019} = (13 \cdot 2018^{1009})^2 + (43 \cdot 2018^{1009})^2$ 1p



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 17.02.2018
CLASA A V-A
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 2

- a) Calculați suma numerelor naturale de forma \overline{abc} care dau câtul 166 la împărțirea la 6.
b) Aflați numerele de forma \overline{abc} , care împărțite la \overline{bc} dau câtul 3 și restul $\overline{ab} - 2$.

Rezolvare si barem:

- a) $\overline{abc} = 166 \cdot 6 + r, 0 \leq r \leq 5$ 1p
 \overline{abc} poate fi 996, 997, 998 sau 999 1p
Finalizare: $S = 3990$ 1p
- b) $\overline{abc} = 3 \cdot \overline{bc} + (\overline{ab} - 2)$, cu $\overline{ab} - 2 < \overline{bc}, a \neq 0, b \neq 0$ 1p
 $90a = 21b + 2c - 2$
 $b \leq 9 \Rightarrow 21b \leq 189$ și $c \leq 9 \Rightarrow a \leq 2$ 1p
Pentru $a = 1 \Rightarrow b = 4, c = 4 \Rightarrow \overline{abc} = 144$ 1p
Pentru $a = 2 \Rightarrow b = 8, c = 7 \Rightarrow \overline{abc} = 287$ 1p



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 17.02.2018
CLASA A V-A
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 3

Se știe că 3 kg de caise și 5 kg de prune costă împreună cât 14 kg de mere, iar 6 kg de caise cu 7 kg de mere costă cât 15 kg de prune.

- Pot avea cele trei tipuri de fructe același preț pe kilogram? Justificați.
- Dacă un kg de mere este mai ieftin decât un kg de caise, comparați prețul unui kg de prune cu al unui kg de caise.
- Câte kilograme de caise se pot cumpăra cu banii pe care i-am da cumpărând 15 kg de prune și 14 kg de mere?

Rezolvare si barem:

- | | | |
|----|--|----------|
| a) | Răspunsul este Nu. | 1p |
| | Justificare | 1p |
| b) | 7 kg mere sunt mai ieftine decât 7 kg caise | |
| | 6 kg de caise cu 7 kg de mere sunt mai ieftine decât 13 kg caise | 1p |
| | 1 kg caise este mai scump decât 1 kg de prune | 1p |
| c) | 3 kg caise 5 kg prune 14 kg mere | |
| | 9 kg caise 15 kg prune 42 kg mere | |
| | 6 kg caise 7 kg mere 15 kg prune | |
| | 15 kg caise ... 7kg mere 42 kg mere | 1p |
| | 15 kg caise 35 kg mere | |
| | 3 kg caise 7 kg mere | |
| | 5 kg prune 7 kg mere | |
| | 3 kg caise 5 kg prune | 1p |
| | 15 kg prune 9 kg caise | |
| | 14 kg mere 6 kg caise | |
| | Finalizare: 15 kg caise | 1p |



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 17.02.2018

CLASA A V-A

BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 4

Un număr se numește 5-puternic dacă se scrie ca o sumă de trei puteri consecutive ale lui 5, exponenții puterilor lui 5 fiind numere naturale nenule.

- Să se determine numerele de trei cifre care sunt 5-puternice.
- Să se arate că suma primelor 2017 numere 5-puternice este divizibilă cu 31 și nu este pătrat perfect.
- Să se demonstreze că, fiind date trei numere 5-puternice, există două dintre acestea al căror produs este un pătrat perfect.

Rezolvare si barem:

- | | | |
|----|--|----------|
| a) | $5^1 + 5^2 + 5^3 = 155$ | 1p |
| | $5^2 + 5^3 + 5^4 = 775$ | 1p |
| b) | $n_1 = 5 \cdot (1 + 5 + 5^2) = 5 \cdot 31$ | |
| | $n_2 = 5^2 \cdot (1 + 5 + 5^2) = 5^2 \cdot 31$ | |
| | | |
| | $n_{2017} = 5^{2017} \cdot (1 + 5 + 5^2) = 5^{2017} \cdot 31$ | |
| | $S = 31 \cdot (5 + 5^2 + \dots + 5^{2017}) : 31$ | 1p |
| | $S = 31 \cdot 5 \cdot (1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2016}) \Rightarrow 5 / S \text{ și } 25 \nmid S \Rightarrow S \text{ nu e pătrat perfect}$ | 1p |
| c) | Fie $A = 31 \cdot 5^a$, $B = 31 \cdot 5^b$, $C = 31 \cdot 5^c$ trei numere 5-puternice | 1p |
| | Dintre cele 3 numere a, b, c cel puțin două au aceeași paritate; fie ele a și $b \Rightarrow a + b$ număr par $\Rightarrow a + b = 2p$ | 1p |
| | $A \cdot B = 31^2 \cdot 5^{a+b} = 31^2 \cdot 5^{2p} = (31 \cdot 5^p)^2$ pătrat perfect | 1p |